ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 9 SEPTEMBRE 1940.

PRÉSIDENCE DE M. HYACINTHE VINCENT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS.

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

GÉOLOGIE. — *Considérations sur la silice et les silex des phosphates à Diatomées de l'Afrique du Nord.* Note de M. **Lucien Cayeux**.

On sait que les Spongiaires ont joué un rôle fort important dans l'élaboration des concentrations siliceuses en milieu marin, et, notamment, dans celle des silex de la craie. Aussi était-il légitime de supposer que les *Diatomées*, tant lacustres que marines, susceptibles d'engendrer de puissantes accumulations de valves siliceuses, avaient subi le sort de beaucoup de spicules d'Éponges, et donné naissance à des accidents siliceux comparables aux silex. Le contraire a été tenu pour l'expression de la vérité pendant longtemps. De l'étude systématique des roches siliceuses, j'ai conclu en 1929, en ce qui concerne les diatomites typiques : « A première vue, les diatomites ne sont jamais le point de départ de phénomènes de concentration de la silice, comme les roches à spicules d'Éponges (1) ». Mon opinion, en la matière, devait changer du tout au tout, après avoir étudié sur place les phosphates nord-africains.

Des recherches préliminaires, datant de 1896 (2), ont démontré que les phosphates du Bassin de Gafsa (Tunisie) sont composés de grains, pétris de Diatomées marines au point qu'ils représentent des portions de vases à Diatomées typiques phosphatisées. Des observations ultérieures ont permis

(1) L. Cayeux, *Les roches sédimentaires de France. Roches siliceuses* (*Mém. Carte Géol. France*, 1929, p. 393). J'ai formulé cette conclusion en 1926, et conséquemment avant ma première visite des gisements de phosphate de l'Afrique du Nord.

(2) *Ibid.*, *Note préliminaire sur la constitution des phosphates de chaux suessoniens du Sud de la Tunisie* (*Comptes rendus*, 123, 1896, p. 273-276).

de reconnaître que telle est également la constitution de la majorité des grains phosphatés des gisements de la Tunisie centrale, de l'Est algérien et du Maroc. C'est pourquoi, il paraît logique d'en inférer qu'une formidable réserve de silice organique, la plus grande, en vérité, que l'on connaisse dans la série sédimentaire ancienne, a été accumulée dans les dépôts convertis en phosphates. Or, règle générale, le mécanisme de phosphatisation des vases à Diatomées comporte l'élimination de la quasi-totalité de la silice, c'est-à-dire de quoi engendrer une infinité de silex, dans l'hypothèse où cette silice s'est fixée dans les formations phosphatées. En conséquence, s'il existe des silex dans les phosphates et les roches qui leur sont subordonnées, ce qui est précisément le cas, on est fondé à chercher l'origine de leur silice dans celle des Diatomées.

Cette orientation s'impose d'autant plus que les spicules d'Éponges sont exclus des complexes phosphatés en question, dans des conditions telles qu'ils n'existaient certainement pas, en nombre, à l'origine, en compagnie des Diatomées. Les quelques *Radiolaires*, observés dans une partie des coupes minces, ont fourni un appoint qu'on peut qualifier de négligeable, en moyenne, en regard du rôle joué par les Diatomées.

De tout cela, il est permis de conclure à l'existence dans le Nord africain de silex, d'origine aberrante, en ce sens que les organismes générateurs de leur silice sont des Algues marines, et non des Spongiaires. Pour le moment, l'exemple est unique, mais nous savons qu'il embrasse d'innombrables silex.

L'existence d'un vaste groupe de silex, procédant de diatomites marines, complète d'heureuse façon la série des concentrations siliceuses, engendrées aux dépens des anciennes vases pélagiques, car jusqu'à présent nos connaissances étaient limitées aux silex des anciennes vases à Foraminifères et aux formations qui leur correspondent pour les vases à Radiolaires.

La distribution des silex inclus dans les phosphates à Diatomées obéit à une règle très précise. La concentration de la silice s'est toujours effectuée de préférence dans les parties d'une couche composées de grains phosphatés espacés au maximum, comme si un minimum d'écartement des éléments, soudés par du carbonate de chaux, était une condition requise pour la fixation de la silice. En d'autres termes, l'emplacement des silex a été arrêté sur le fond de la mer par une plus grande concentration de la vase calcaire, génératrice du ciment des phosphates consolidés. Il y a, de ce chef, *prédestination très nette des horizons correspondant aux futurs alignements de silex*.

On ne manquera pas d'observer, à cet égard, qu'en milieu phosphaté, comme en milieu calcaire, les silex résultent d'une épigénie du carbonate de chaux par la silice, si bien que *dans le cas des silex développés en plein phosphate, les nodules sont siliceux, dans la mesure où le phosphate était calcarifère, au moment de la sédimentation*. La raison en est que les grains de phosphate ne sont nullement affectés par le phénomène de silicification.

Quant à la constitution même des silex issus de Diatomées, qu'ils soient chargés ou non d'inclusions phosphatées, elle est pareille en tous points à celle des silex de la craie.

Une autre particularité éclaire à souhait un point de l'histoire générale des silex. Contrairement à l'opinion courante, j'ai conclu d'une longue analyse des silex de la craie que la patine n'est pas le produit d'une décomposition superficielle et tardive, mais qu'elle représente le dernier stade d'accroissement, dans le milieu même où les nodules ont pris naissance ([3]). Sur ce point, notons à titre de confirmation, que les nombreux silex des formations phosphatées, tant crétacées que tertiaires du Nord de l'Afrique, sont, d'une manière générale, privées de patine. Or, les matériaux observés font partie d'affleurements ou de dépôts situés au voisinage de la surface, et, par conséquent, très exposés à l'action prolongée des agents atmosphériques. Un témoignage, plaidant dans le même sens, est fourni par des silex patinés, inclus dans les sédiments supérieurs aux phosphates, preuve que le régime atmosphérique ne saurait être mis en cause pour expliquer l'absence de patine dans les silex des formations phosphatées.

Le degré de fréquence des silex dans les complexes phosphatés est loin de correspondre à la totalité de la silice représentée par la grande masse de Diatomées qui s'y trouvaient à l'origine. Dans certains cas, l'écart est même considérable. Il se pose à ce sujet, et pour la première fois, un problème qui ne manque pas d'intérêt pour l'intelligence des roches siliceuses et l'histoire de la silice d'origine organique. De la disproportion observée, il résulte que, dans le milieu envisagé, tout se passe comme s'il y avait, à la fois, concentration d'une fraction de la silice sous forme de silex, et élimination d'une autre fraction beaucoup plus importante. Or, il y a toutes raisons d'admettre que la totalité de la silice éliminée l'a été sur le fond de la mer, lors de la phosphatisation des grains, c'est-à-dire dans un

---

([3]) L. Cayeux, *Les roches sédimentaires de France. Roches siliceuses* (*Mém. Carte Géol. France*, 1929, p. 455-466); *ibid.*, *Patine des silex de la craie* [*Cinquantenaire Soc. fr. Min. Livre jubilaire* 1878-1928, (1930), Extr. 13 p.].

milieu différent de celui que les matériaux phosphatés occupent actuellement. Dès lors, *il y a toutes probabilités pour que la silice non fixée à l'état de silex ait été réutilisée immédiatement, et nombre de fois, pour concourir à la formation de nouvelles carapaces de Diatomées.* En sorte que le total de la silice, mise en œuvre, serait loin d'égaler celui qui représente la somme des Diatomées, à supposer que cette substance se renouvelle indéfiniment pour la sécrétion de leurs valves. Il en doit résulter une grande économie de matière pour alimenter un groupe d'organismes qui en fait une énorme consommation.

Le problème du réemploi sur le fond de la mer de la silice éliminée d'organismes, dont la conservation est assurée par d'autres substances, me paraît également intéresser les spicules d'Éponges et les Radiolaires dans certains cas, c'est-à-dire qu'il est susceptible de revêtir une grande portée. De toute évidence, pour être traitée dans sa généralité, la question, maintenant posée, nécessite de longues et minutieuses recherches, tant sur le terrain qu'au laboratoire.

Les faits relatés dans la présente Note attestent, une fois de plus, que le milieu sous-marin peut jouer un rôle très prépondérant dans l'histoire des sédiments.

CORRESPONDANCE.

ALGÈBRE. — *Sur les systèmes hypercomplexes.*

Note (¹) de M. **Jean Dieudonné**, présentée par M. Élie Cartan.

1. On sait que la structure d'une algèbre possédant un *radical* est encore très mal connue; le résultat le plus complet est le théorème de Wedderburn-Dickson (²), d'après lequel, si $\mathfrak{R}$ est le radical d'une algèbre $\mathfrak{A}$, on a $\mathfrak{A} = \mathfrak{A}' + \mathfrak{R}$, $\mathfrak{A}'$ étant une algèbre *semi-simple* isomorphe à $\mathfrak{A}/\mathfrak{R}$, et la somme étant *directe;* toutefois, ce résultat n'est valable que moyennant certaines hypothèses sur le corps de base de $\mathfrak{A}$; en outre, il ne donne aucun renseignement sur la multiplication entre éléments de $\mathfrak{A}'$ et éléments de $\mathfrak{R}$ (en dehors de la propriété triviale $\mathfrak{A}'\mathfrak{R}\mathfrak{A}' \subset \mathfrak{R}$).

Les résultats qui suivent (³) s'appliquent à tout système hypercomplexe

(¹) Séance du 26 août 1940.

(²) *Voir* M. Deuring, *Algebren* (coll. *Ergebnisse der Math.*, 4, fasc. I, p. 23).

(³) Les démonstrations seront publiées dans un autre Recueil.

de base finie, et, plus généralement, à tout anneau satisfaisant aux conditions *maximale* et *minimale* [4]; ne faisant pas appel à la notion de radical, ils permettent peut-être de mieux se rendre compte de la structure d'un tel système; les imprécisions qui subsistent sont dues à des difficultés de même nature que celles qui entravent l'étude des algèbres nilpotentes.

2. *Systèmes quasi-simples.* — Un anneau $\mathfrak{o}$ sera dit *quasi-simple à gauche* s'il satisfait à la condition minimale pour ses idéaux à gauche, s'il est la somme de ses idéaux à gauche minimaux, et si ces derniers sont tous *isomorphes* (en tant que $\mathfrak{o}$-modules à gauche).

Si aucun idéal à gauche minimal de $\mathfrak{o}$ n'est nilpotent, $\mathfrak{o}$ est un système *simple*; s'ils le sont tous, on a $\mathfrak{o}^2 = (0)$. Dans le cas général, la somme des idéaux à gauche minimaux nilpotents de $\mathfrak{o}$ est un idéal bilatère $\mathfrak{a}'$, et l'on a $\mathfrak{o} = \mathfrak{o}' + \mathfrak{a}'$, $\mathfrak{o}'$ étant un système *simple*, et la somme étant *directe*. On sait que $\mathfrak{o}'$ est un anneau de matrices sur un corps gauche K; soient $c_{ij}(1 \leqq i, j \leqq n)$ ses unités matricielles; $\mathfrak{a}'$ est somme directe d'un nombre fini (quelconque) d'idéaux à gauche nilpotents isomorphes aux idéaux à gauche minimaux de $\mathfrak{o}'$; si $\mathfrak{l}$ est l'un d'eux, il admet une base de n éléments $d_i(1 \leqq i \leqq n)$, en tant que module à gauche par rapport au corps $K \subset \mathfrak{o}'$, autrement dit, $\mathfrak{l}$ est l'ensemble des éléments $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i d_i$ avec $\alpha_i \in K$, les d_i étant linéairement indépendants; en outre on a $c_{ij} d_k = 0$ si $j \neq k$, $c_{ij} d_j = d_i$ et $d_i c_{jk} = 0$ quels que soient i, j, k. Enfin $\mathfrak{a}'^2 = (0)$, ce qui achève de déterminer la *table de multiplication* dans $\mathfrak{o}$; on notera que, si e est l'élément unité de $\mathfrak{o}'$, on a $ex = x$ $xe = 0$, pour tout $x \in \mathfrak{a}'$. On montre en outre que, dans $\mathfrak{o}$, tout idéal à droite minimal est *nilpotent*, donc contenu dans $\mathfrak{a}'$, lorsque $\mathfrak{a}' \neq (0)$.

Définition et propriétés analogues pour les systèmes *quasi-simples à droite*.

3. Soit maintenant un anneau quelconque $\mathfrak{o}$ satisfaisant aux conditions maximale et minimale; si $\mathfrak{l}$ est un idéal à gauche minimal de $\mathfrak{o}$, la somme de tous les idéaux isomorphes à $\mathfrak{l}$ est un système *quasi-simple à gauche* contenu dans $\mathfrak{o}$; il y a un nombre fini de tels systèmes $\mathfrak{a}_i(1 \leqq i \leqq n)$ non nilpotents, qui sont des idéaux bilatères dans $\mathfrak{o}$, et dont la somme $\mathfrak{a}$ est *directe*. Soit de même $\mathfrak{b}$ la somme directe des systèmes quasi-simples *à droite* $\mathfrak{b}_j(1 \leqq j \leqq m)$ non nilpotents, contenus dans $\mathfrak{o}$. On peut décomposer $\mathfrak{a}_i$ en somme directe d'un système simple $\mathfrak{L}_i$, d'unité e'_i, et d'un idéal

---

(4) Cf. DEURING, *loc. cit.*, p. 6.

bilatère $\mathfrak{a}'_i$ de carré nul; décomposition analogue de $\mathfrak{b}_j$ en somme directe d'un système simple $\mathfrak{R}_j$, d'unité e''_j, et d'un idéal bilatère de carré nul $\mathfrak{b}'_j$. On n'a $\mathfrak{L}_i \cap \mathfrak{R}_j \neq (0)$ que si $\mathfrak{a}_i = \mathfrak{b}_j$ est *simple*; dans tout autre cas, $\mathfrak{a}_i \cap \mathfrak{b}_j = \mathfrak{a}'_i \cap \mathfrak{b}'_j = \mathfrak{d}_{ij}$ est un idéal bilatère de carré nul, et l'on peut faire en sorte que $e'_i e''_j = e''_j e'_i = 0$.

Soit alors $\mathfrak{P}_1$ la somme des $\mathfrak{L}_i$ et des $\mathfrak{R}_j$ *distincts*, somme qui est *directe*, et constitue un sous-anneau *semi-simple* de $\mathfrak{o}$. $\mathfrak{o}$ est *somme directe* de $\mathfrak{P}_1$ et d'un *idéal bilatère* $\mathfrak{S}_1$, se décomposant lui-même comme suit : pour tout i, $\mathfrak{a}'_i$ est somme directe des $\mathfrak{d}_{ij}$ $(1 \leq j \leq m)$ et d'un idéal à gauche $\mathfrak{a}'_{io}$; de même $\mathfrak{b}'_j$ est somme directe des $\mathfrak{d}_{ij}$ $(1 \leq i \leq n)$ et d'un idéal à droite $\mathfrak{b}'_{jo}$. $\mathfrak{S}_1$ est somme directe des $\mathfrak{d}_{ij}$ $(1 \leq i \leq n,\ 1 \leq j \leq m)$, des $\mathfrak{a}'_{io}$ $(1 \leq i \leq n)$ des $\mathfrak{b}'_{jo}$ $(1 \leq j \leq m)$ et d'un sous-anneau $\mathfrak{k}$. La *table de multiplication* peut être précisée de la façon suivante :

On a $\mathfrak{L}_i \mathfrak{R}_j = \mathfrak{R}_j \mathfrak{L}_i = (0)$ si $\mathfrak{L}_i \neq \mathfrak{R}_j$, $\mathfrak{a}_i \mathfrak{a}_j = \mathfrak{a}_j \mathfrak{a}_i = (0)$ si $i \neq j$, et l'analogue pour les $\mathfrak{b}_j$. On a $\mathfrak{d}_{ij} \mathfrak{L}_i = \mathfrak{R}_j \mathfrak{d}_{ij} = (0)$; on a vu au n° 2 comment s'obtiennent les produits $\mathfrak{L}_i \mathfrak{d}_{ij}$ et $\mathfrak{d}_{ij} \mathfrak{R}_j$, et de même $\mathfrak{L}_i \mathfrak{a}'_{io}$ et $\mathfrak{b}'_{jo} \mathfrak{R}_j$; en outre $\mathfrak{a}'_{io} \mathfrak{L}_i = \mathfrak{R}_j \mathfrak{a}'_{io} = \mathfrak{a}'_{io} \mathfrak{R}_j = (0)$, et $\mathfrak{R}_j \mathfrak{b}'_{jo} = \mathfrak{b}_{jo} \mathfrak{L}_i = \mathfrak{L}_i \mathfrak{b}'_{jo} = (0)$; enfin, $\mathfrak{b}'_{jo} \mathfrak{a}'_{io} = (0)$, $\mathfrak{L}_i \mathfrak{k} = \mathfrak{k} \mathfrak{L}_i = \mathfrak{R}_j \mathfrak{k} = \mathfrak{k} \mathfrak{R}_j = \mathfrak{d}_{ij} \mathfrak{k} = \mathfrak{k} \mathfrak{d}_{ij} = \mathfrak{k} \mathfrak{a}'_{io} = \mathfrak{b}'_{jo} \mathfrak{k} = (0)$. On précise aisément comment s'effectue le produit $\mathfrak{a}'_{io} \mathfrak{b}'_{jo} \subset \mathfrak{d}_{ij}$. Reste seulement la multiplication dans $\mathfrak{k}$, et les produits $\mathfrak{a}'_{io} \mathfrak{k} \subset \mathfrak{a}'_{io}$, $\mathfrak{k} \mathfrak{b}'_{jo} \subset \mathfrak{b}'_{jo}$ à élucider.

4. $\mathfrak{S}_1$ contient la somme $\mathfrak{u}$ des systèmes quasi-simples à gauche *nilpotents*, et la somme $\mathfrak{v}$ des systèmes quasi-simples à droite *nilpotents* contenus dans $\mathfrak{o}$; la somme de $\mathfrak{u}$, $\mathfrak{v}$, des $\mathfrak{d}_{ij}$, $\mathfrak{a}'_{io}$ et $\mathfrak{b}'_{jo}$ est un idéal bilatère $\mathfrak{U}_1 \subset \mathfrak{S}_1$, tel que $\mathfrak{U}_1^4 = (0)$; tous les systèmes quasi-simples de $\mathfrak{o}$ sont contenus dans $\mathfrak{P}_1 + \mathfrak{U}_1$. On peut recommencer le même processus de décomposition sur $\mathfrak{S}_1 / \mathfrak{U}_1$, et ainsi de suite; en vertu de la condition maximale, on épuise ainsi $\mathfrak{o}$ en un nombre fini d'opérations.

5. Pour terminer, on notera que lorsque $\mathfrak{o}$ est supposé *complètement réductible à gauche* (droite), c'est la somme directe d'un nombre fini d'idéaux bilatères, qui sont des systèmes quasi-simples à gauche (droite) et s'annulent mutuellement; la structure de $\mathfrak{o}$ est alors parfaitement déterminée. Il y a de même de notables simplifications lorsque $\mathfrak{o}$ est *commutatif :* alors $\mathfrak{P}_1$ est somme directe de *corps*, $\mathfrak{d}_{ij} = \mathfrak{a}'_{io} = \mathfrak{b}'_{jo} = (0)$, et $\mathfrak{U}_1^2 = (0)$.

TOPOLOGIE. — *Sur les types homogènes de dimensions.*
Note de M. **Ky Fan**, présentée par M. Émile Borel.

1. La notion due à M. Fréchet du type de dimensions repose sur la comparaison de deux ensembles pris chacun en bloc. Il en résulte qu'une droite a un type de dimensions inférieur à celui d'une circonférence, que les surfaces de la sphère et du tore ont deux types de dimensions incomparables, etc. M. H. Tietze [1] y remédie en appelant figure homogène à n dimensions, un ensemble E tel que, pour chaque point a de E, il existe un voisinage de a sur E qui soit homéomorphe à un *intervalle* de l'espace cartésien (R_n) à n coordonnées, le centre de l'intervalle et le point a se correspondant par cette homéomorphie. M. Fréchet, poussant plus avant, a introduit le type local de dimensions. Soient E, F deux ensembles appartenant à deux espaces distanciés et a, b deux points de E et de F respectivement. *Le type local de dimensions de* E *en* a est au plus égal à celui de F en b $(d_a E \leqq d_b F)$, si, quel que soit un voisinage V_b de b sur F (c'est-à-dire la partie commune de F et d'un voisinage de b), il existe un voisinage V_a de a sur E tel que V_a soit homéomorphe à une partie de V_b. (Dans cette homéomorphie, le point b n'est pas nécessairement le transformé de a.) Il en résultera la définition de l'égalité et de l'inégalité de deux types locaux de dimensions. En développant une indication que M. Fréchet a donnée brièvement [2], nous dirons qu'un ensemble E non vide est (*dimensionnellement*) *homogène*, si l'on a $d_a E = d_b E$ pour tout couple de points a, b de E. Soient E, F deux ensembles homogènes appartenant à deux espaces distanciés. Nous dirons que *le type homogène de dimensions de* E est au plus égal à celui de F et nous écrirons $\partial E \leqq \partial F$, si, pour un point a de E et pour un point b de F, on a $d_a E \leqq d_b F$. Il en résultera la définition de ce qu'on représente par $\partial E < \partial F$ et $\partial E = \partial F$.

2. *La définition du type homogène de dimensions présente sur celle du type de dimensions les avantages* (*a*) *de rendre souvent comparables des ensembles dont les types de dimensions sont incomparables* (par exemple les surfaces de la sphère et du tore), (*b*) *de transformer souvent des inégalités en égalités* (par exemple dans le cas de la droite et de la circonférence). On peut donner un exemple d'un ensemble homogène J tel que son type de

---

(1) *Abhand. Math. Sem. Hamburg. Univ.*, 2, 1923, p. 37-68.

(2) *Les Espaces abstraits*, Paris, 1928, p. 112; *Fund. Math.*, 11, 1928, p. 287.

dimensions dJ ne soit comparable à aucun type de dimensions $\leq d(E_\omega)$ (³) et que son type homogène de dimensions ∂J soit comparable à celui de n'importe quel ensemble homogène (⁴). En général, étant donné un ensemble séparable homogène E, il existe toujours un ensemble homogène F tel que $\partial F = \partial E$ et $dF > dE$ (⁵).

I. *Soient* E, F *deux ensembles homogènes. Si les types de dimensions* dE *et* dF *sont comparables*, ∂E *et* ∂F *sont aussi comparables. Si* $dE \leq dF$, *on a* $\partial E \leq \partial F$. *Si* $dE = dF$, *on a* $\partial E = \partial F$.

Nous dirons, avec M. Kunugui (⁶), qu'un ensemble E est *réfléchi*, s'il contient au moins deux points distincts et si tout voisinage de chaque point sur E contient un ensemble homéomorphe à E. Tout ensemble réfléchi est évidemment homogène.

II. *Soient* E *un ensemble homogène et* F *un ensemble réfléchi. Alors* : 1° $\partial E \geq \partial F$ *entraîne* $dE \geq dF$ *et réciproquement*; 2° $\partial E > \partial F$ *entraîne* $dE > dF$; 3° $dE < dF$ *entraîne* $\partial E < \partial F$.

III. *Les deux notions du type de dimensions et du type homogène de dimensions seront équivalentes, quand on se borne aux ensembles réfléchis* (⁷).

3. On peut définir l'addition de types homogènes de dimensions par composition d'espaces d'une façon analogue à celle que M. Fréchet a employée pour définir l'addition de types de dimensions. Pour un grand nombre des propriétés des types de dimensions, il existe des propriétés analogues des types homogènes de dimensions. Nous en indiquons ci-après quelques-unes :

IV. *L'ensemble homogène* (appartenant à des espaces distanciés) *le plus général dont le type homogène de dimensions est égal à celui de l'ensemble* C_1 *des nombres rationnels, est n'importe quel ensemble dense en soi tel qu'aucun de ses points n'en soit point de condensation.*

(³) Pour la définition de l'espace (E''_ω), voir *Les Espaces abst.*, p. 81.

(⁴) Par exemple, l'ensemble isolé ayant la puissance du continu donné par M. Fréchet (*Rend. del Circ. Math. Palermo*, 30, 1910, p. 13) peut jouer le rôle de J.

(⁵) Par exemple, on peut prendre comme F l'ensemble composé (voir *Les Espaces abst.*, p. 107) $F = [[E, J]]$, où J est un ensemble isolé ayant la puissance du continu.

(⁶) M. Kunugui a introduit cette notion dans un autre but. Voir sa Thèse *Sur la théorie du nombre de dimensions*, Paris, 1930, p. 32-35.

(⁷) Presque tous les espaces importants considérés par les analystes sont réfléchis, par exemple (R_n), (R), (E_ω), (C), (C^p), (Ω), (Ω_1), (A), (S), (I), (M), (D_ω) etc., (pour les définitions de ces espaces, voir *Les Espaces abst.*, p. 76-97). Et l'on a

$$\partial(R_1) < \partial(R_2) < \ldots < \partial(R_n) < \ldots < \partial(R) < \partial(E_\omega) < \partial(D_\omega),$$
$$\partial(E_\omega) = \partial(C) = \partial(C^p) = \partial(\Omega) = \partial(\Omega_1) = \partial(A) = \partial(S) = \partial(I) = \partial(M).$$

V. *Pour qu'un ensemble* E (appartenant à un espace distancié) *soit homogène et du même type homogène de dimensions que l'ensemble* H_I *des nombres irrationnels, il faut et il suffit que la condition suivante soit vérifiée : Pour tout point a de* E *et tout voisinage* V_a *de a sur* E, *il existe un ensemble* P *et un voisinage* W_a *de a sur* E *tels que* 1° $P \subset V_a$; 2° P *soit parfait compact et dispersé* (c'est-à-dire aucun de ses sous-ensembles contenant plus d'un point n'est connexe); 3° W_a *soit homéomorphe à une partie de* P.

VI. *Pour qu'un ensemble linéaire* E *soit homogène et* $\partial E = \partial H_I$, *il faut et il suffit que E soit dispersé et que tout voisinage* V_a *de tout point* $a (\subset E)$ *sur* E *contienne un ensemble parfait.*

VII. *Dans un espace distancié et localement compact, tout ensemble* E *parfait dispersé est homogène et* $\partial E = \partial H_I$.

VIII. *Le type homogène de dimensions de* H_I *est le plus grand de ceux qui sont plus petits que le type homogène de dimensions de la droite* (R_I).

IX. *Parmi les types homogènes de dimensions des ensembles homogènes et localement séparables* ([8]) (appartenant à des espaces distanciés), *il y en a un qui est le plus grand. Ce dernier est égal au type homogène de dimensions de l'espace* (E_ω) *de M. Fréchet.*

ÉLASTICITÉ. — *Milieux homogènes isotropes en équilibre sans forces de masse et dans lesquels il n'existe pas de tension sur des sections parallèles à un plan fixe.* Note de M. **Charles Platrier.**

Avec des notations classiques, en désignant par N_1, N_2, N_3, T_1, T_2, T_3 les coordonnées du tenseur tension $\overline{\overline{T}}$, je me propose d'étudier l'équilibre de milieux homogènes isotropes qui ne sont soumis à aucune force de masse et dans lesquels

$$T_1 = T_2 = N_3 \equiv 0,$$

problème en quelque sorte opposé à celui de B. de Saint-Venant où il supposait

$$N_1 = N_2 = T_3 \equiv 0.$$

Dans l'hypothèse que je fais ici les six coordonnées de $\overline{\overline{T}}$ doivent satis-

([8]) Notion due à P. Urysohn, *Fund. Math.*, 9, 1927, p. 119. Cf. M. W. Sierpinski, *Fund. Math.*, 21, 1933, p. 107-113.

faire aux huit relations indéfinies

$$(1) \qquad \Delta N_1 + (1-\varpi)\frac{\partial^2 N}{\partial x^2} = 0 \qquad \text{et deux analogues en } N_2 \text{ et } N_3,$$

$$(2) \qquad \Delta T_1 + (1-\varpi)\frac{\partial^2 N}{\partial y\, \partial z} = 0 \qquad \text{et deux analogues en } T_2 \text{ et } T_3,$$

$$(3) \qquad \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{\partial N_1}{\partial x} + \dfrac{\partial T_3}{\partial y} = 0, \\ \dfrac{\partial T_3}{\partial x} + \dfrac{\partial N_2}{\partial y} = 0, \end{array} \right.$$

avec $N = N_1 + N_2$ et $\varpi = \lambda/(3\lambda + 2\mu)$ (λ et μ coefficients de Lamé); Δ laplacien relatif à trois variables x, y et z; Δ' laplacien relatif à deux variables x et y.

Les relations (1) et (2) relatives à T_1, T_2 et N_3 donnent ici

$$N = 2hz + b(x, y)$$

(h constante et b fonction de x et y seulement) et la somme des relations (1)

$$(4) \qquad \Delta' b = 0.$$

Les deux relations (3) permettent d'écrire d'autre part

$$N_1 = \frac{\partial^2 K}{\partial y^2}, \qquad N_2 = \frac{\partial^2 K}{\partial x^2}, \qquad T_3 = -\frac{\partial^2 K}{\partial x\, \partial y},$$

K étant une fonction de x, y, z telle que

$$\Delta' K = N_1 + N_2 = 2hz + b(x, y)$$

où, en posant

$$K = H + \frac{hz}{2}(x^2 + y^2),$$

$$(5) \qquad N_1 = \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + hz, \qquad N_2 = \frac{\partial^2 H}{\partial \lambda^2} + hz, \qquad T_3 = -\frac{\partial^2 H}{\partial x\, \partial y}$$

avec

$$(6) \qquad \Delta' H = b(x, y).$$

Les trois relations (1) et (2) auxquelles il reste à satisfaire peuvent alors se résumer, compte tenu de (4), (5) et (6), par

$$(7) \qquad H = f(x, y) + z\, a(x, y) - \varpi \frac{z^2}{2} b(x, y),$$

a et f fonctions de x et y seulement et H étant défini à une fonction linéaire

près en x et y [fonction qui ne joue aucun rôle dans le calcul de N_1, N_2 et T_3 par les formules (5)].

Finalement la formule (7) jointe aux conditions (4) et (6), qui peuvent s'écrire

$$\Delta' a = 0, \qquad \Delta' b = 0, \qquad \Delta' f = b, \tag{8}$$

permet, par (5), le calcul de N_1, N_2 et T_3 exprimés à l'aide de trois fonctions harmoniques arbitraires et d'une constante h également arbitraire.

A titre d'exemple, ces résultats peuvent être appliqués à la double couche cylindrique de révolution d'axe Oz, limitée par deux sections droites, quand cette couche est en équilibre sous l'action des pressions

$$P_0 + P'_0 \frac{z}{r_0} + P \frac{z^2}{r_0^2}, \qquad P_1 + P'_1 \frac{z}{r_1} + P \frac{z^2}{r_1^2},$$

respectivement exercées sur les surfaces limites de rayons $r = r_0$ et $r = r_1$ [P_0, P_1, P'_0, P'_1 et P étant des pressions arbitraires], on peut, dans ce cas particulier, choisir avec A, B, C, D constants :

$$a = A \log \frac{1}{r}, \qquad b = B \log \frac{1}{r} + 2C, \qquad f = \frac{Br^2}{4}\left(1 + \log \frac{1}{r}\right) + C\frac{r^2}{2} + D \log \frac{1}{r}.$$

Tout calcul fait, on obtient alors : 1° comme tension sur la surface cylindrique de rayon r, la pression normale

$$\begin{aligned}\mathfrak{N}_1 = &- z^2 \frac{P}{r^2} - z \frac{P'_0 r_0 (r_1^2 - r^2) + P'_1 r_1 (r^2 - r_0^2)}{r^2 (r_1^2 - r_0^2)} \\ &- \frac{P}{\varpi} \frac{r_1^2 r^2 \log \dfrac{r_1}{r} + r_0^2 r^2 \log \dfrac{r}{r_0} + r_1^2 r_0^2 \log \dfrac{r_1}{r_0}}{r^2 (r_1^2 - r_0^2)} \\ &- \frac{P_0 r_0^2 (r_1^2 - r^2) + P_1 r_1^2 (r^2 - r_0^2)}{r^2 (r_1^2 - r_0^2)};\end{aligned}$$

2° comme tension sur une section méridienne en un point r la tension normale

$$\begin{aligned}\mathfrak{N}_2 = &\; z^2 \frac{P}{r^2} + z \frac{P'_0 r_0 (r_1^2 + r^2) - P'_1 r_1 (r^2 + r_0^2)}{r^2 (r_1^2 - r_0^2)} \\ &- \frac{P}{\varpi} + \frac{P}{\varpi} \frac{r_1^2 r^2 \log \dfrac{r_1}{r} + r_0^2 r^2 \log \dfrac{r}{r_0} + r_1^2 r_0^2 \log \dfrac{r_1}{r_0}}{r^2 (r_1^2 - r_0^2)} \\ &+ \frac{P_0 r_0^2 (r_1^2 + r^2) - P_1 r_1^2 (r^2 + r_0^2)}{r^2 (r_1^2 - r_0^2)};\end{aligned}$$

ces résultats généralisent ceux de Lamé concernant l'équilibre de la double couche cylindrique sur les surfaces latérales de laquelle s'exercent les pressions uniformes P_0 sur $r = r_0$, P_1 sur $r = r_1$.

ÉLASTICITÉ. — *Nouveaux modèles analogiques pour le calcul de la torsion d'un prisme.* Note [1] de MM. **Joseph Pérès** et **Lucien Malavard**, présentée par M. Henri Villat.

1. Reprenons les notations, d'une Note précédente [2], où nous avons indiqué l'intérêt de réalisations donnant directement les efforts élastiques, c'est-à-dire les dérivées de la fonction de tension φ.

Ces dérivées sont harmoniques et, posant $u = \varphi'_x$, la fonction conjuguée de u est $v = Fy - \varphi'_y$. Supposons que la section soit un polygone dont tous les angles sont droits (angles saillants de 90°, angles rentrants de 270°) les côtés étant, les uns parallèles à Ox, les autres parallèles à Oy. On vérifie que la recherche de φ revient à celle du couple (u, v) avec les conditions suivantes : $u = 0$ sur les côtés parallèles à Ox, $v = Fy$ sur les côtés parallèles à Oy. On pourra d'ailleurs envisager deux types de réalisations analogiques, suivant que c'est v ou u qui s'identifie avec le potentiel dans le bassin électrique.

La fonction analytique $u + iv$, de la variable $z = x + iy$, devient infinie comme $(z - z_0)^{-1/3}$ au voisinage d'un angle rentrant z_0. Les réalisations les plus simples sont donc relatives à la section qui n'a pas d'angle rentrant, section *rectangulaire*.

2. Dans un modèle du premier type, les côtés du rectangle parallèles à Oy sont munis d'électrodes dont on réglera les potentiels aux valeurs définies par la loi $v = Fy$, les côtés du rectangle parallèles à Ox sont isolants, ce qui assure seulement que u y est constant ; mais la symétrie du champ garantit que u a la même valeur, que l'on peut prendre nulle, sur les deux côtés en question. Les conditions du n° 1 sont donc satisfaites. Les symétries du champ permettent d'ailleurs de réduire la réalisation à 1/4 du rectangle, soit à l'aire OAPB : OA, axe du rectangle suivant Ox est représenté par une électrode au potentiel zéro, l'axe OB et BP sont isolants, PA porte les petites électrodes à régler aux potentiels Fy.

---

(1) Séance du 26 août 1940.

(2) *Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 131.

La mesure du potentiel v en un point du bassin donne directement la contrainte τ_{xz} au point homologue de la section. Soient $2a$ et $2b$ les côtés du rectangle (OA $= a$, OB $= b$), supposons que l'échelle des potentiels varie de 0 à 100 depuis A jusqu'à P; on a F$b = 100$ et

$$\frac{\tau_{xz_A}}{\mathrm{F}b} = \frac{y}{b} - \frac{v}{100}.$$

La précision est excellente et atteint aisément le 1000e, au lieu du 100e pour les réalisations concernant la fonction de tension. Il est intéressant de remarquer que le même modèle donne aussi τ_{yz} sur AP et OA. Les intensités de courant débitées par les électrodes de AP définissent sur ce bord u'_y, d'où u par intégration. De même sur OA, pourvu que l'on découpe en électrodes partielles l'électrode unique qui occupe cette frontière : les intensités de courant débitées font connaître u'_x, d'où encore u par intégration.

Le couple se déduit de la loi des potentiels sur PB, on a

$$\mathfrak{M} = -4\int_0^a (a^2 - x^2)(v)_{y=b}\,dx;$$

le calcul, appliqué à un exemple pour $a/b = 3/2$, a donné

$$\frac{\mathfrak{M}}{\frac{1}{2}\mathrm{F}ab^3} = 3,12$$

au lieu du nombre théorique 3,132.

3. Les réalisations dans lesquelles le potentiel du bassin s'identifie à u, et non v, sont très semblables et il n'y a pas lieu d'y insister. On se réduira encore à 1/4 du champ : OB et BP portent chacun une électrode au potentiel O; OA est isolant; sur AP enfin, d'après la relation $v = \mathrm{F}y$, la densité de courant doit être constante et on constituera donc cette frontière du champ par des électrodes identiques, le réglage devant assurer que ces diverses électrodes débitent chacune la même intensité de courant; les détails sur ce réglage seront donnés dans un autre Recueil.

4. Toujours dans le cas du rectangle, d'autres réalisations, également avantageuses, concernent φ''_{x^2} ou φ''_{y^2} pris comme potentiel électrique dans le bassin.

φ''_{x^2} ou φ''_{y^2} sont respectivement nuls sur les côtés du rectangle parallèles à Ox ou à Oy. Or leur somme vaut F dans tout le champ. Il en suit que le potentiel du bassin sera φ''_{x^2} si on l'alimente par des électrodes disposées

suivant les bords, les électrodes parallèles à Ox étant au potentiel O, celles des bords parallèles à Oy au potentiel F. La même réalisation donnera φ''_{y^2} par simple changement de l'échelle des potentiels ($\varphi''_{y^2} = F - \varphi''_{x^2}$). Le modèle est plus simple que les précédents, mais il faut effectuer une intégration pour revenir aux dérivées premières, donc aux contraintes : intégrant sur une droite $y = y_0$ du bassin, par exemple, on aura

$$\varphi'_x = \int_0^x \varphi''_{x^2}(x, y_0)\, dx$$

et d'une façon analogue pour φ'_y. Dans un exemple traité ($a/b = 3/2$) on a ainsi obtenu, pour τ/Fb au point B, 0,846 au lieu de 0,848 théorique et, en A, 0,727 au lieu de 0,728.

5. D'autres questions se traitent de même, par exemple la flexion d'une barre encastrée à un bout et portant à l'autre la charge P suivant l'axe de symétrie Ox de la section. Dans le cas du rectangle, la fonction φ dont dépendent les cisaillements est nulle au contour, son laplacien est $3Py/20\,a^3 b$ (pour un coefficient de Poisson de 1/4). D'où en particulier une réalisation de φ''_{y^2} comme potentiel dans le bassin (1/4 du rectangle) avec des électrodes au potentiel 0 suivant OA et AP, une électrode au potentiel $3P/20a^3$ suivant PB, BO isolant. Si l'on munit AP d'électrodes à des potentiels variant linéairement de 0 à $3P/20a^3$, et prend PB au potentiel 0, sans autres modifications, on a une réalisation de φ''_{x^2}. Les deux modèles sont équivalents dans leurs résultats puisqu'on passe aisément de φ''_{x^2} à φ''_{y^2}. Comme au numéro 4, on a φ'_x et φ'_y, qui figurent dans les expressions des cisaillements, par quadratures (on obtient la constante d'intégration dans φ'_y par la condition que φ est nul aux bords). Des essais du second modèle (qui est le plus délicat) ont donné comme rapport entre le cisaillement correct et celui que donne la formule élémentaire : pour $a/b = 1/2$, 0,857 en O et 1,393 en B; pour $a/b = 2$, 0,983 et 1,033 (valeurs exactes : 0,856, 1,396; 0,983, 1,033).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la calorimétrie des solutions aqueuses de quelques sels alcalins*. Note de M. **Jean Perreu**.

Les mesures calorimétriques concernant les solutions aqueuses binaires de permanganate de potassium, de phosphate monopotassique, d'oxalate neutre de potassium et de pyrophosphate de sodium, ont été effectuées

vers 18°C. Ces deux derniers sels ont été employés à l'état d'hydrates, de formule $S.sH^2O$; la concentration p de leurs solutions représente le poids en grammes d'hydrate dissous dans 100g d'eau libre, h est le nombre de mol-g d'eau totale par mol-g de sel, et c exprime le nombre de mol-g de sel par mol-g d'eau totale. La relation qui, dans ce cas particulier, donne la chaleur d'addition a_C de la solution saturée, s'écrit

$$a_C = -(h - s)\frac{dL_c}{dh}.$$

1° *Permanganate*, MnO^4K. — La concentration finale obtenue dans les mesures de q_0 et de L_c est égale à $p' = 0,8\,\%$; $h' = 1096,7$; $c' = 0,00091$.

Concentrations initiales.							a_C.	
p.	h.	c.	$\gamma_m(18°\text{-}20°)$.	q_c.	$L_c^{c'}$.	Q_c calc.		
0	∞	0		cal −10,46 (q_0)				
1	877,39	0,00114	0,992	−10,23				
2	438,69	0,00228	0,984	−10,02				
3	292,46	0,00342	0,978	− 9,76				
4	219,35	0,00456	0,971	− 9,55	cal −0,31	cal −10,15		
5	175,48	0,00570	0,965	− 9,40	−0,36	−10,10		
6	146,23	0,00684	0,960	− 9,25	−0,46	−10,00		
6,3 (sat.)	139,26	0,00718(c)	0,958	− 9,20 (q_C) (extrap.)	−0,50	− 9,96	cal −0,80 (mesuré)	cal −0,78 (calculé)

Les chaleurs spécifiques sont exprimées par la formule

$$\gamma_m(18°\text{-}20°) = \frac{29,324 + h}{36,562 + h}.$$

Le calcul de la chaleur limite donne $q_C = -9^{cal},16$, nombre voisin du résultat extrapolé.

2° *Phosphate monopotassique*, PO^4H^2K. — q_0 et L_c correspondent à la concentration finale $p' = 1\,\%$; $h' = 755,55$; $c' = 0,00132$.

Concentrations initiales.							a_C.	
p.	h.	c.	$\gamma_m(18°\text{-}20°)$.	q_c.	$L_c^{c'}$.	Q_c calc.		
0	∞	0		cal −4,78 (q_0)				
3	251,35	0,00396	0,972	−4,61				
6	125,93	0,00792	0,945	−4,46				
9	83,95	0,01189	0,922	−4,34				
12	62,96	0,01585	0,902	−4,23	cal −0,30	cal −4,48		
15	50,37	0,01981	0,885	−4,14	−0,36	−4,42		
18	41,97	0,02378	0,870	−4,07	−0,42	−4,36		
21,5 (sat.)	35,14	0,02832 (c)	0,856	−3,98 (q_C) (extrap.)	−0,49	−4,29	cal −0,34 (mesuré)	cal −0,36 (calculé)

On a

$$q_{C\ \text{extrap.}} = -3^{\text{cal}},98; \qquad q_{C\ \text{calc.}} = -3^{\text{cal}},95.$$

La formule qui représente les chaleurs spécifiques trouvées, s'écrit

$$\gamma_m(18^\circ\text{-}20^\circ) = \frac{7,934 + h}{15,637 + h}.$$

3° *Oxalate*, $C^2O^4K^2.H^2O$. — La concentration finale relative aux mesures de q_0 et de L_c est $p' = 1\,\%$; $h' = 1023,2$; $c' = 0,00098$.

Concentrations initiales.							a_C (sat.)	
p.	h.	c.	$\gamma_m(19^\circ\text{-}21^\circ)$.	q_c.	$L_c^{c'}$.	Q_c calc.		
0	∞	0		cal 7,44 (q_0)				
5	205,44	0,0049	0,951	−7,24				
10	103,22	0,0097	0,910	−7,05	cal −0,19	cal −7,25		
15	69,15	0,0145	0,876	−6,86	−0,30	−7,14		
20	52,11	0,0192	0,845	−6,71	−0,40	−7,04		
25	41,89	0,0239	0,816	−6,57	−0,52	−6,92		
30	35,07	0,0285	0,792	−6,44	−0,60	−6,84		
35	30,21	0,0331	0,770	−6,32	−0,68	−6,76		
37,6 (sat.)	28,18	0,0355 (c)	0,760	−6,28 (q_C) (extrap.)	−0,72	−6,72	cal −0,48 (mesuré)	cal −0,47 (calculé)

Les valeurs trouvées pour q_C sont $-6^{\text{cal}},28$ (extrap.) et $-6^{\text{cal}},24$ (calc.). Les chaleurs spécifiques sont données par la relation

$$\gamma_m(19^\circ\text{-}21^\circ) = \frac{6,643 + h}{17,421 + h}.$$

4° *Pyrophosphate*, $P^2O^7Na^4.10\,H^2O$. — En dissolvant la mol-g d'hydrate dans 1100 mol-g d'eau libre, on trouve $q_0 = -11^{\text{cal}},80$; dans 2100 mol-g d'eau, $q_0 = -11^{\text{cal}},95$ et dans 3100 mol-g d'eau $q_0 = -12^{\text{cal}},08$. Dans le tableau suivant, la concentration finale obtenue dans les mesures de q_0 et de L_c est $p' = 0,8\ \%$; $h' = 3107$; $c' = 0,00032$.

Concentrations initiales.							a_C.	
p.	h.	c.	$\gamma_m(18^\circ\text{-}20^\circ)$.	q_c.	$L_c^{c'}$.	Q_c calc.		
0	∞	0		cal −12,08 (q_0)				
2	1248,89	0,00080	0,983	−11,70				
3	839,29	0,00119	0,975	−11,54				
4	629,44	0,00158	0,969	−11,43				
5	505,55	0,00198	0,961	−11,33	cal −0,06	cal −12,02		
6	422,77	0,00237	0,955	−11,26	−0,115	−11,97		
7	363,81	0,00276	0,950	−11,22	−0,17	−11,91		
7,4 (sat.)	344,85	0,00298 (c)	0,948	−11,20 (q_C) (extrap.)	−0,20	−11,88	cal −0,58 (mesuré)	cal −0,56 (calculé)

D'où $q_{C(calc.)} = -11^{cal},3$; $q_{C(extrap.)} = -11^{cal},2$.

$$\gamma_m(18^o\text{-}20^o) = \frac{69,75 + h}{92,12 + h}.$$

Les valeurs trouvées, dans ces mesures, pour les chaleurs initiales sont en bon accord avec les résultats antérieurs, et les écarts constatés entre les chaleurs limites extrapolées et calculées, sont très faibles.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Haloragacées. Développement de l'embryon chez le* Myriophyllum alterniflorum *DC.* Note [1] de M. **René Souèges**, transmise par M. Pierre-Augustin Dangeard.

Stolt, en 1928 [2], a très exactement montré comment se différencient, par division longitudinale de la cellule basale, deux grosses vésicules haustoriales, semblables quant à leur forme, leurs dimensions et leurs caractères cytologiques. Mais, n'ayant pas rigoureusement suivi la marche de la segmentation dans la cellule apicale, il n'a pu faire connaître les lois selon lesquelles s'édifie le corps embryonnaire.

Les figures 1, 2, 3, 4, 14 permettent de se rendre compte de la formation des deux vésicules haustoriales aux dépens de la cellule basale. La cellule apicale, très aplatie, produit deux cellules superposées *cc* et *cd* (*fig.* 4), puis une tétrade régulière en T (*fig.* 6). Les deux éléments supérieurs juxtaposés de cette tétrade, par segmentations méridiennes, donnent quatre quadrants (*fig.* 8) qui, par divisions transversales, engendrent 4 octants supérieurs, *os*, et 4 octants inférieurs *oi*, (*fig.* 9 à 11). Les octants supérieurs produisent la partie cotylée *l*; ils prennent tout d'abord des parois tangentielles (*fig.* 12 à 17) qui individualisent le dermatogène; dans les cellules sous-épidermiques s'établissent ensuite des parois généralement verticales séparant, vers l'extérieur, les cellules-mères des cotylédons, autour de l'axe, des éléments qui entreront dans la construction du cône végétatif de la tige (*fig.* 19 à 25). Les octants inférieurs donnent naissance à la partie supérieure de l'hypocotyle *l'*; ils prennent des cloisons verticales qui séparent d'abord le dermatogène (*fig.* 12 à 15), puis le périblème et le plérome (*fig.* 16 à 19). Les figures 20 à 24 montrent comment à ces parois longitudinales succèdent les parois transversales.

Les processus de division et les fonctions de l'élément *m* de la tétrade (*fig.* 6) constituent le point délicat et peut-être le plus discutable de l'histoire du développement. Cet élément produit d'abord quatre cellules circumaxiales (*fig.* 7 à 12). Ces cellules prennent ensuite des cloisons qui s'insèrent, inférieurement, tantôt sur les

---

(1) Séance du 26 août 1940.

(2) *Svensk Bot. Tidskrift*, 22, 1928, p. 305-319.

parois verticales méridiennes (*fig.* 13, 16 à d., 17), tantôt sur la paroi horizontale séparant l'étage *m* de l'étage *n* (*fig.* 12, 14, 15). De là résultent certaines irrégularités dans les processus de construction cellulaire de la portion du corps tirant origine de *m*. Le deuxième mode de division des quatre cellules circumaxiales s'est montré le plus fréquent et peut être considéré comme exprimant la règle générale. Aux premières cloisons qui isolent le dermatogène (*fig.* 18, 20) succèdent des cloisons

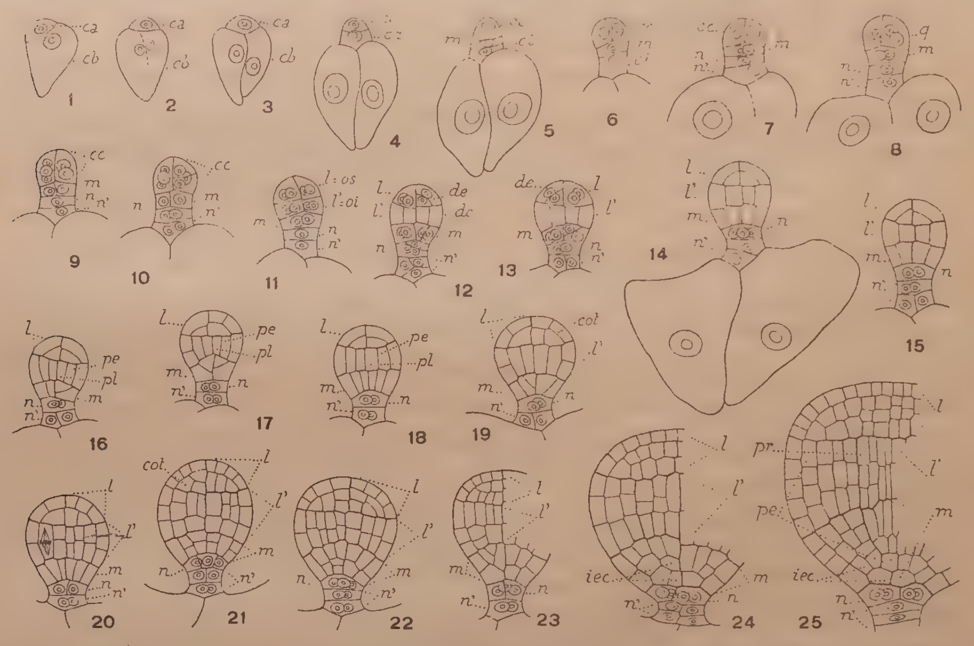


Fig. 1 à 25. — *Myriophyllum alterniflorum* DC. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca*, cellule apicale du proembryon bicellulaire; *cb*, cellule basale ou les deux vésicules haustoriales; *cc* et *cd*, cellules-filles de *ca*; *m* et *ci*, cellules-filles de *cd*; *n* et *n'* cellules-filles de *ci*; *q*, quadrants; *l*, octants supérieurs ou partie cotylée; *l'*, octants inférieurs ou portion supérieure de l'hypocotyle; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *cot*, cellule-mère du cotylédon; *iec*, initiales de l'écorce de la racine. G. = 290.

semblables qui séparent le périblème. Dans les cellules centrales, des parois transversales séparent, vers le bas, les initiales de l'écorce de la racine, vers le haut, des éléments qui entrent dans la construction du cylindre central. Au terme de la vie proembryonnaire, il apparaît deux tétrades superposées d'initiales d'écorce (*iec*, *fig.* 25).

L'élément *ci* de la tétrade se divise d'abord en deux cellules superposées *n* et *n'* : *n* produit quatre cellules circumaxiales (*fig.* 10, 13, 14, 21, 24) qui contribuent à la construction de la portion médiane de la coiffe; *n'* se segmente le plus souvent verticalement, puis transversalement, et donne un suspenseur réduit.

Comme on le voit, par le comportement de la cellule basale qui ne prend nulle part à la construction du corps embryonnaire, par la formation d'une tétrade régulière en T aux dépens de la cellule apicale, par les

destinées des éléments de cette tétrade, le *Myriophyllum alterniflorum* s'apparente au *Samolus Valerandi*, au *Portulaca oleracea* et au *Pyrola rotundifolia* ([2]). Les quatre espèces se rattachent au même type embryonomique. Aucun rapprochement n'est, par contre, possible, du point de vue embryogénique, entre le *Myriophyllum* et l'*Hippuris vulgaris* ([3]), plantes que certains auteurs réunissent dans la même famille des Haloragacées.

BIOLOGIE AGRICOLE. — *Sur la préparation et la conservation des extraits de légumes*. Note de MM. **Léon Moreau** et **Émile Vinet**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Les feuilles tombées, les trognons de choux, qui constituent une partie sérieuse de la valeur alimentaire de ces légumes dans la présentation qui en est faite sur le marché, peuvent fournir des extraits aqueux susceptibles d'être conservés durant des mois. Ajoutés en proportions variables, 5, 10, 15 %, suivant les variétés de choux, à des potages neutres de goût, ils leur communiquent un arôme qui est celui du légume employé; ils sont nutritifs et renferment, presque intacts, les principes minéraux et organiques des choux crus et, à cet égard, peuvent constituer des moyens efficaces pour combattre certaines maladies de carence.

Composition sommaire de quelques extraits de légumes (choux).

	Densité à + 15.	Matières sèches p. l.	Matières minér. p. l.	Alcalinité des cendres (en cm³ KOH N/10) p. l.	Matières réductrices (en s. i.) avant interv. p. l.	Matières réductrices (en s. i.) après interv. p. l.	Acidité totale (en SO^4H^2) p. l.
		g	g	g	g	g	g
Choux-pommes (feuilles)	1024	46,0	11,9	30,8	20,3	20,3	1,8
Choux-fleurs (feuilles).......	1036	73,8	16,8	17,9	29,6	42,5	1,8
Choux-fourragers (feuilles)...	1035	70,4	17,7	15,9	28,3	39,8	2,2
Choux-fleurs (trognons). / Choux-fourragers » .	1033	67,9	13,0	16,3	28,5	44,7	1,7

Nous avons pu extraire, dans le cas du chou-pomme, 63,8 % des matières minérales, 92,5 % des matières réductrices et 23,0 % des protides qu'il renferme.

([2]) R. Souèges, *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 145; **206**, 1938, p. 768; **209**, 1939, p. 635.

([3]) R. Souèges, *Comptes rendus*, **175**, 1922, p. 529.

Conservés durant 4 et 5 mois, les extraits n'ont montré aucune altération microbienne. Le dosage fait au début de juin par M. H. Germain, de l'acide ascorbique par la méthode de Martini et Bonsignore ([1]), qui utilise la décoloration du bleu de méthylène par cet acide sous l'influence d'un éclairement intense, a donné

extrait de feuilles de choux-fleurs	100 à 120^{mg}
extrait de trognons »	120 à 140^{mg}

d'acide ascorbique par litre. La méthode classique de Tilmans à l'indophénol (réduction du 2-6 dichlorophénol indophénol en milieu acide) fournit des chiffres plus élevés, par litre

extrait de feuilles de choux-fleurs	240^{mg}
extrait de trognons »	300^{mg}

de substances réductrices évaluées en acide ascorbique; mais cette méthode manque de spécificité, étant influencée par l'acide sulfureux employé et divers produits réducteurs contenus dans le chou. L'analyse, d'une part, et, d'autre part, les soins pris au cours de la préparation et de la stérilisation des extraits permettent de penser que ces derniers contiennent une grande partie de l'acide ascorbique contenu dans la plante fraîche.

La cuisson des feuilles ou trognons, finement hachés, se fait à 60-65° pendant 20 à 30 minutes environ, pour tuer les cellules et faciliter l'extraction, au cours de laquelle une addition ménagée de SO^2 assure l'antiseptie temporaire pendant la défécation et, ultérieurement, contribue, au cours de la pasteurisation de l'extrait, à assurer son aseptie. Après refroidissement, SO^2 momentanément dissocié par la chaleur rentre en combinaison, perd sa puissance antiseptique ([2]) et n'est plus perceptible à la dégustation. (Contrôle fait par des essais directs et par la méthode de l'Index-Iodé.) Dans l'extrait de choux, le taux d'acide ascorbique baisse assez vite après débouchage, dans les flacons laissés en vidange; au bout de 3-4 jours, ce taux est tombé de 100 à 70^{mg} pour les extraits de feuilles, de 120 à 90^{mg} pour ceux de trognons. Par contre, dans les flacons remplis, bien bouchés et cirés, ce taux n'a pas sensiblement varié à la température de 20-25°, après deux mois et demi de conservation.

([1]) Mentzer et Vialard Goudon, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 1, 1937, p. 707.
([2]) *C. R. Acad. d'Agric.*, 23, 1937, p. 570 et 599.

Avec quelques variantes, la méthode réussit pour les extraits des légumes en général : pissenlit, épinard, oseille, tomate, etc., et aussi de la plupart des fruits.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *La production expérimentale du rachitisme chez le Cobaye.* Note de M. **Raoul Lecoq**, présentée par M. Maurice Javillier.

On a longtemps opposé la façon de se comporter du Rat blanc et celle du Cobaye lorsque ces animaux sont maintenus à l'obscurité et soumis à des régimes exclusifs carencés en vitamine D et présentant un déséquilibre phospho-calcique accentué. Alors que le jeune Rat offre rapidement et régulièrement du rachitisme typique, le jeune Cobaye, pris dans des conditions d'âge comparables, se montre réfractaire aux lésions osseuses rachitiques ([1]) en dépit de troubles humoraux identiques ([2]) qui aboutissent à la production de troubles ostéodystrophiques voisins du scorbut ([3]).

A la vérité, comme l'a établi Mlle L. Émerique au laboratoire de M. Javillier, le Cobaye peut, comme le Rat, devenir rachitique ([4]); pour l'observer, il suffit de prendre des sujets très jeunes de 100 à 120^g et de les soumettre au régime rachitigène 2965 de Steenbock et Black donné *ad libitum* et complété par une addition quotidienne de 50^g d'épinards frais; la richesse en pro-vitamine A de ceux-ci paraît exagérer les effets de la carence en vitamine D du régime de base, composé de

Semoule de maïs	76
Poudre de gluten	20
Chlorure de sodium	1
Carbonate de calcium	3

Reprenant l'étude de ce problème, nous avons fait les observations suivantes :

Les Rats de 30 à 50^g soumis au régime Steenbock et Black initial n'offrent que peu ou pas de croissance; le rachitisme apparaît cependant avec une grande régularité et, vers le 17e jour, est tout à fait typique.

([1]) L. Randoin et R. Lecoq, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 732.
([2]) R. Lecoq, *C. R. Soc. Biol.*, 108, 1931, p. 399.
([3]) R. Lecoq, *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 442.
([4]) L. Émerique, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 879.

L'addition d'épinards permet une bonne croissance et hâte l'apparition des lésions osseuses, celles-ci se manifestent en une semaine; dans ce cas les résultats sont très comparables à ceux que l'on obtient avec le régime Randoin-Lecoq.

Les Cobayes de 100 à 120^g soumis au régime sans épinards n'offrent que de faibles croissances, mais ne présentent jamais de lésions rachitiques; l'absorption quotitienne de 4$^{cm^3}$ de jus de citron pour combattre un scorbut éventuel est sans effet. Par contre, les Cobayes de même poids recevant le régime Steenbock et Black additionné de feuilles fraîches d'épinards se développent régulièrement et le rachitisme apparaît très net entre le 17e et le 30e jour. La croissance se poursuit habituellement jusqu'aux environs de 160 à 180^g, puis les cobayes se cachectisent et meurent au bout de deux mois en présentant des troubles ostéodystrophiques analogues à ceux que nous avions observés antérieurement.

La substitution aux épinards frais d'une poudre d'épinards séchés avec addition de glucides dextrinisés, ne nous a pas permis de produire du rachitisme. Comme cette poudre se montrait par ailleurs une bonne source de pro-vitamine A, nous en déduisons que ce n'est pas l'excès relatif de vitamine A qui doit être retenu comme favorisant l'apparition du rachitisme.

Les maladies par déséquilibres minéraux étant intimement liées aux modifications humorales des dérivés phosphorés, nous avons dosé ceux-ci dans les muscles des Rats et des Cobayes normaux (au régime varié) ainsi que dans le muscle des sujets rachitisés par le régime Steenbock et Black additionné d'épinards frais. Parallèlement, nous avons déterminé la réserve alcaline sur le sang des mêmes animaux. La moyenne des résultats ainsi obtenus (portant chaque fois sur 24 Cobayes et sur un nombre plus grand de Rats) est donnée dans le tableau suivant; les chiffres des composés phosphorés sont exprimés en milligrammes de phosphore % et ceux de la réserve alcaline en centimètres cubes de CO^2 %.

	Cobayes		Rats	
	normaux.	rachitiques.	normaux.	rachitiques.
Orthophosphates	73	75,5	72	79
Acide créatinephosphorique	19	10	15	11
Acide adénylpyrophosphorique	22	19	29,5	19
Esters facilement hydrolysables	21	19	17,5	15
Phosphore total acidosoluble	189	178	191	169
Réserve alcaline	47,3	61,5	43,1	65,3

En accord avec les modifications observées par Duffau dans le muscle

du Rat soumis au régime rachitigène Randoin-Lecoq, le régime Steenbock et Black additionné d'épinards frais entraîne, aussi bien chez le Rat que chez le Cobaye, une augmentation du taux des orthophosphates en même temps qu'une chute du phosphore total acidosoluble et des composés phosphorés labiles ([5]).

Enfin, l'élévation de la réserve alcaline montre, en confirmation de nos précédentes observations, que l'alcalose joue un rôle important dans l'évolution du rachitisme expérimental.

Conclusions. — Utilisant le régime rachitigène de Steenbock et Black additionné d'épinards frais, nous avons, comme Mlle L. Émerique, obtenu, chez le Cobaye, aussi bien que chez le rat, du rachitisme typique; il ne semble pas cependant que l'exagération du taux de vitamine A en soit la cause, car la poudre d'épinards desséchés riche en pro-vitamine A ne donne pas le résultat attendu.

L'étude comparative du plasma sanguin et des constituants musculaires, chez des Cobayes et des Rats rachitisés à l'aide de ce régime et chez des animaux de même poids recevant une nourriture variée, nous a montré que l'apparition du rachitisme s'accompagne, dans le sang, d'une élévation de la réserve alcaline, et dans le muscle, d'une augmentation du taux des orthophosphates, ainsi que d'une chute du taux du phosphore total acido-soluble et des composés phosphorés labiles.

La séance est levée à 15h30m.

A. Lx.

([5]) Duffau, *Thèse Doct. Pharm.*, Paris, 1937, p. 124.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES D'AOÛT 1940.

Itinéraire de Dakar à Douala. (Observations géographiques et géologiques aériennes, par P. LEGOUX. Extrait des *Publications du Bureau d'études géologiques et minières coloniales.*) Paris, au Siège, 1940; 1 fasc. 24^{cm},5.

Peat and Its Uses, par SELMAN A. WAKSMAN. New Brunswick, New Jersey Agricultural Experiment Station, 1940; 1 fasc. 23^{cm}.

Cook-Voorhees-Lipman. Contribution of Rutgers to Soil Science. A Century Progress, par SELMAN A. WAKSMAN. Extrait de *Rutgers Alumni Monthly*, 1939; 1 fasc. 23^{cm}.

Significance of the Constituents of the So-Called Nitrogen. Free extract of Plant Materials as a Source of organic Matter in Soil, par SELMAN A. WAKSMAN. Extrait de *Journal of the Association of Official Agricultural Chemists.* New Brunswick, New Jersey Agricultural Experiment Station, 1940; 1 fasc. 23^{cm},5.

On the Classification of Actinomycetes, par SELMAN A. WAKSMAN. Extrait de *Journal of Bacteriology.* New Brunswick, New Jersey Agricultural Experiment Station, 1939; 1 fasc. 23^{cm},5.

Flore de Madagascar (Plantes vasculaires). 49e famille. *Orchidées*, par HENRI PERRIER DE LA BATHIE. Tome I. Tananarive, Imprimerie officielle, 1939; 1 vol. 25^{cm}.

Mesure des trois premiers degrés du Méridien dans l'hémisphère austral, tirée des observations de M^{rs} de l'Académie royale des sciences, envoyés par le Roi sous l'Équateur, par M. DE LA CONDAMINE. Paris, Imprimerie royale, 1751; 1 vol. 26^{cm}.

Supplément au Journal historique du voyage à l'Équateur et au livre de la mesure des trois premiers degrés du Méridien, servant de réponse à quelques Observations, par M. DE LA CONDAMINE. Paris, Durand et Pissot, 1752; 1 vol. 26^{cm}.